Exercices de khôlle pour la MPSI

Année scolaire 1997-1998

Vingtième semaine (systèmes linéaires(???))

David A. Madore (`david.madore@ens.fr`*)*

Tables d'opérations. *Déterminer les rangs des matrices suivantes:* $(i+j)_{0\leq i,j\leq n-1}$, $(ij)_{0\leq i,j\leq n-1}$ *et* $(i^j)_{0\leq i,j\leq n-1}$.

Exercice épatant. *Soit* M *une matrice inversible. Montrer qu'il existe un polynôme* $P(X)=\sum_{i=0}^{n} a_i X^i$ *tel que* $M^{-1}=P(M)$ *(où* $P(M)$ *désigne* $\sum_{i=0}^{n} a_i M^i$*).*

Exercice encore plus épatant. *Déterminer l'inverse de la matrice*

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & \cdots & n-1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & \cdots & C_{n-1}^2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \cdots & C_{n-1}^3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

(i.e.le triangle de Pascal).