Exercices de khôlle pour la MP*

Année scolaire 1997-1998

Sixième semaine (divers)

David A. Madore (david.madore@ens.fr)

Anti-peano. *Soit $f\colon [0;1] \to [0;1]^2$ de classe C^1. Montrer que f n'est pas surjective.*

Exercice idiot. *Soient A, B deux matrices carrées $n \times n$ réelles telles que $A^2 + B^2 = AB$ et $AB - BA$ est inversible. Montrer que $3|n$.*

Exercice assez remarquable. *Soit E un espace vectoriel normé de dimension finie n. Montrer qu'il existe une base $e_1, \ldots, e_n$ de E telle que $\|e_i\| = 1$ et $\|e_i^*\|_* = 1$ pour tout i (où $e_1^*, \ldots, e_n^*$ est la base duale et $\|\cdot\|_*$ la norme dans le dual).*